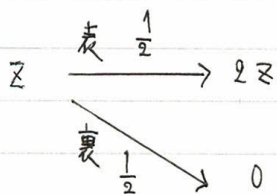


2010年 東大数学 文系 第3問 理系 第3問 ①

L: x 個 R: $30-x$ 個 と、LとRのボールの個数を両方書いても良いが、片方の個数がわかればもう片方の個数もわかるので、Lのボールの個数のみを考えればよい。 ← 情報を少くする。

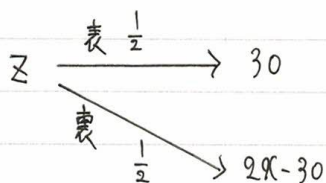
Lのボールの個数を x として、

(i) $0 \leq x \leq 15$ の時、



今日のゲームの設定E
遷移図に
L. 分かりやすくする。

(ii) $16 \leq x \leq 30$ の時、



となる。

はじめに L に入っているボールが $9x$ 個である

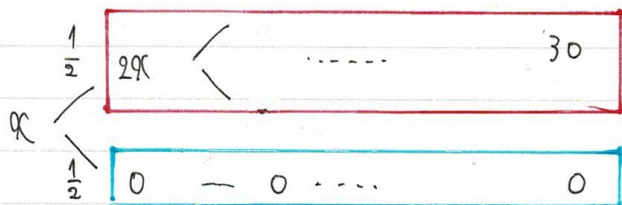
・文系(1) 理系(1)

樹形図 (遷移図) を描くと

$0 \leq x \leq 15$ のとき、

1回目の操作後

M回目の操作後



1回目の操作で裏が出ると、以後ずっと0

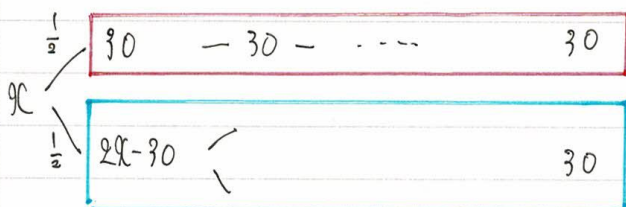
最初は $2x$ で始まる。 $M-1$ 回の操作で L に 30 個入る確率 $P_{M-1}(2x)$

よって $P_M(x) = \frac{1}{2} P_{M-1}(2x)$ である ($y = 2x$ とした。)

$16 \leq x \leq 30$ のとき、

1回目の操作後

M回目の操作後



$2x-30$ で始まる。 $M-1$ 回の操作で L に 30 個入る確率 $P_{M-1}(2x-30)$

1回目の操作で表が出ると、以後ずっと L のボールは 30

よって、 $P_M(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} P_{M-1}(2x-30)$ ($y = 2x-30$ とした)

以上より、 $P_M(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} P_{M-1}(2x) & 0 \leq x \leq 15 \text{ のとき} \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} P_{M-1}(2x-30) & 16 \leq x \leq 30 \text{ のとき} \end{cases}$

注

一般的に、確率漸化式は n のときと、 $n+1$ のときの遷移を考へて立式することが多いが、

この問題のように、1手目と2手目の手目でわけて遷移を考へることもある。

注

1手目で109-1が分岐する問題は2016年のにも出題されている。